

AGORA' MATEMATICO

STATISTICAMENTE ... IMPROBABILE!

8 MAGGIO 2013

**L'insegnamento di statistica e probabilità nel
biennio della scuola superiore oggi:
aspetti didattici, riflessioni critiche
e proposte di attività**

Daniela Gambi- Isabella Stevani

4^ prova Esame di Stato I ciclo 2012

Tempo fa si è disputata la partita di pallacanestro B. Pozzo di Gotto - Brescia, finita con il punteggio di 92 - 94.

La seguente tabella riassume le statistiche di tale partita per la squadra di Brescia.

Numero del giocatore	Giocatore	Minuti giocati	Tiri a Canestro			PUNTI
			Tiri da 2	Tiri da 3	Tiri liberi	
7	Bushati Franko	25	0	0	2	2
18	Busma Deividas	23	4	0	1	9
10	Farioli Massimo	20	2	0	0	4
13	Gergati Lorenzo	36	2	1	7	14
14	Ghersetti Mario Jose	37	3	1	1	10
9	Goldwire Leemire	30	9	1	8	29
11	Scanzi Andrea	9	0	1	2	5
5	Stojkov Stevan	15	0	1	0	3
15	Thompson Ryan	30	6	0	6	18
Totale			26	5	27	94

- a. Quanti sono i giocatori che hanno realizzato un numero di punti superiore alla media?

Risposta:

- b. Quale tra i seguenti giocatori ha realizzato un numero di punti pari alla mediana?

- A. ☐ Il numero 7, Bushati Franko
- B. ☐ Il numero 13, Gergati Lorenzo
- C. ☐ Il numero 14, Ghersetti Mario Jose
- D. ☐ Il numero 18, Busma Deividas

4^a prova Esame di Stato I ciclo 2012

Immagina di lanciare prima una moneta e poi un dado.

- a. Completa la seguente tabella che riassume tutti i casi che possono verificarsi (alcune caselle sono già compilate).

	FACCE DEL DADO					
	1	2	3	4	5	6
Testa (T)	T ; 1	T ; 5
Croce (C)	C ; 1	C ; 3

- b. La probabilità che escano una croce e un numero dispari è

- A. ☐ $\frac{1}{2}$
- B. ☐ $\frac{3}{12}$
- C. ☐ $\frac{3}{8}$
- D. ☐ $\frac{2}{12}$

4^a prova Esame di Stato I ciclo 2012

In una stazione meteorologica sulle Alpi sono state registrate le temperature alle ore 8.00 per una settimana e riportate nella tabella qui sotto.

Giorno	Temperatura alle 8.00
Lunedì	-7°C
Martedì	-3°C
Mercoledì	$+1^{\circ}\text{C}$
Giovedì	-5°C
Venerdì	0°C
Sabato	$+3^{\circ}\text{C}$
Domenica	-3°C

Calcola la media aritmetica delle temperature riportate in tabella.

Risposta: $^{\circ}\text{C}$

Test di ingresso II grado

25.

Qual è la probabilità che nel lancio di un dado *non* esca il numero 2?

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{1}{2}$

26.

Qual è la probabilità che lanciando due dadi non truccati si ottenga come punteggio complessivo 2?

a) $\frac{1}{36}$

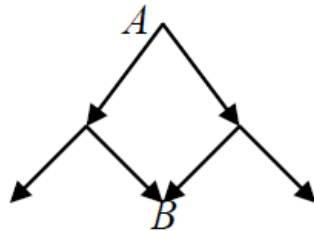
b) $\frac{1}{18}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{6}$

27.

In questo percorso un signore, partendo dal punto *A* lancia una moneta ogni volta che si trova a un incrocio. Se viene Testa va a sinistra; se viene Croce va a destra. Qual è la probabilità che dopo aver effettuato due lanci si trovi nel punto *B*?



a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{4}$

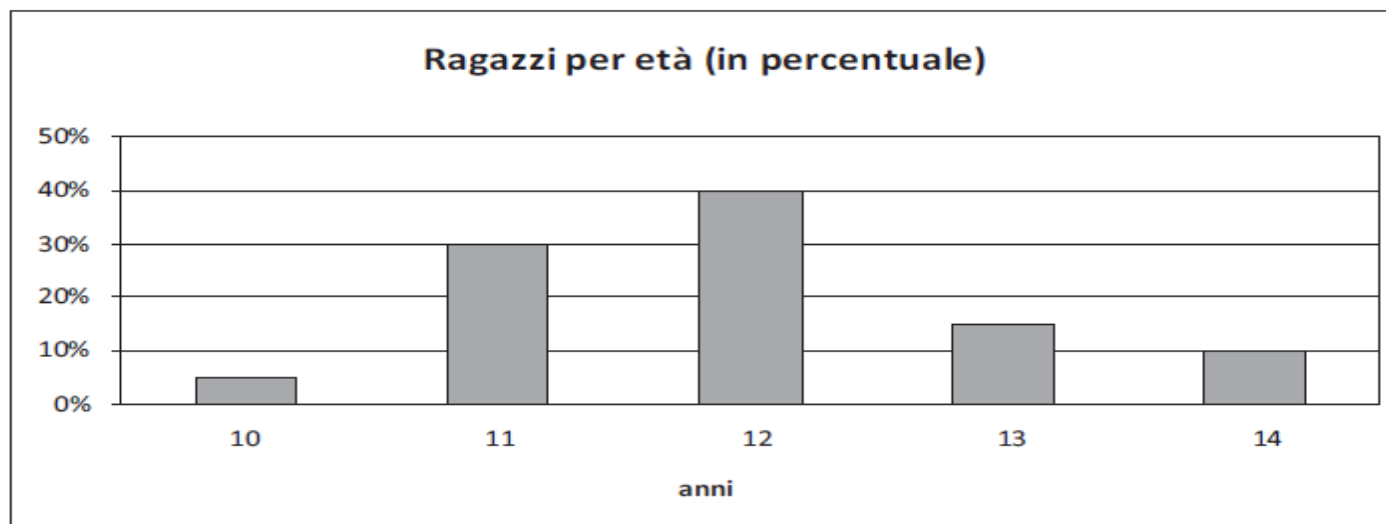
c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{2}$

B1, Maraschini Palma, Paravia

Esempi di test in uscita dal biennio

- D4. Un gruppo di boyscout è formato da ragazzi di età compresa tra i 10 e i 14 anni. La distribuzione delle frequenze percentuali delle età è riportata nel diagramma seguente:



Sulla base dei dati riportati nel diagramma, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

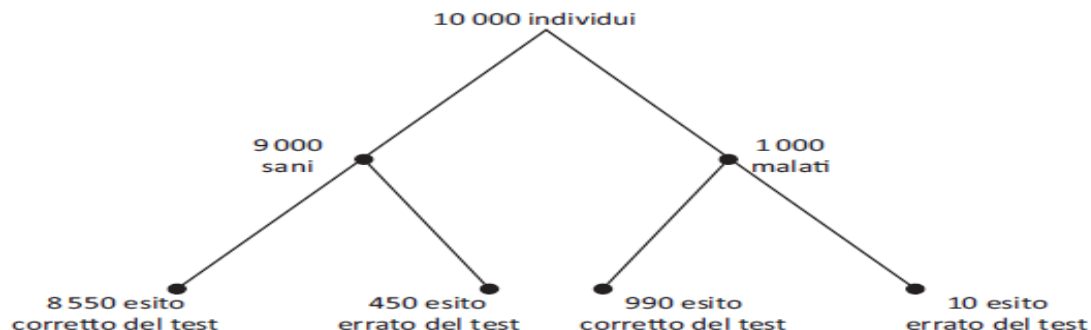
Prova Invalsi 2012

a.	Più dell'80% dei ragazzi ha meno di 13 anni.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Meno del 70% dei ragazzi ha più di 11 anni.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La percentuale di ragazzi che hanno 12 o 14 anni è uguale alla percentuale di ragazzi che hanno 10 o 11 o 13 anni.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Esempi di test in uscita dal biennio

D6. Si sa che in una popolazione di 10 000 individui il 10% è affetto da una malattia, mentre il 90% è sano.

Il test che diagnostica la presenza della malattia è affidabile solo parzialmente: nel 5% dei casi rileva la malattia su un individuo sano e nell' 1% dei casi non rileva la malattia su un individuo malato. Il diagramma seguente riassume la situazione:



a. Utilizzando i dati del diagramma ad albero, completa la seguente tabella.

	Esito corretto del test	Esito errato del test	Totale
Sani	450
Malati
Totale	9 540	10 000

b. Qual è la probabilità che l'esito del test sia corretto per una persona scelta a caso da quella popolazione?

- A. ☐ 99,0%
- B. ☐ 97,0%
- C. ☐ 95,4%
- D. ☐ 85,5%

c. Qual è la probabilità che un individuo, preso a caso tra tutti quelli che hanno avuto un esito corretto al test, sia sano? Scrivi il risultato in percentuale con una cifra dopo la virgola.

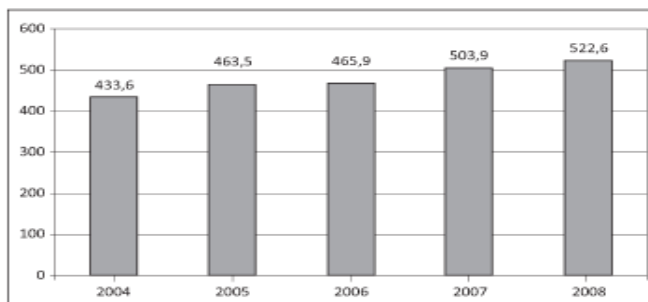
Risposta: %

Prova Invalsi 2012

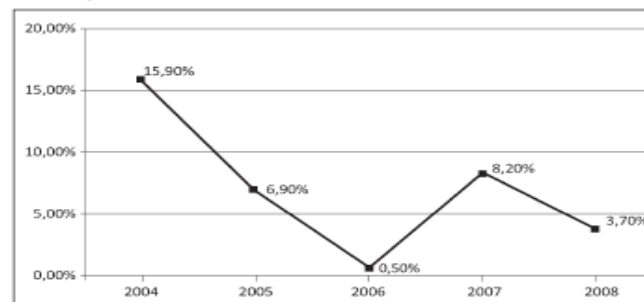
Esempi di test in uscita dal biennio

D9. Osserva i seguenti grafici relativi alle operazioni effettuate con carte di credito dal 2004 al 2008.

Numero di operazioni (in milioni) effettuate con carta di credito



Variazione percentuale annua del numero di operazioni effettuate con carta di credito



(Fonte: Osservatorio sulle carte di credito. Assofin – Crif Decision Solutions – GfK Eurisko)

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Prova Invalsi 2012

a.	Il numero di operazioni effettuate con carte di credito è diminuito dal 2004 fino al 2006, poi è aumentato e, successivamente, è di nuovo diminuito fino al 2008.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	I due grafici sono in contraddizione perché il primo mostra una continua crescita nel tempo, mentre il secondo no.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	L'aumento del numero di operazioni effettuate con carte di credito che si è avuto dal 2006 al 2007 è stato superiore all'aumento che si è avuto dal 2007 al 2008.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	Nel 2006 il numero di operazioni effettuate con carte di credito si è quasi azzerato.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Esempi di test in uscita dal biennio

- D16. La professoressa Rossi vuole verificare il livello delle conoscenze in scienze nelle classi 1A e 1B. Decide di somministrare lo stesso test nelle due classi. Elaborando i punteggi del test ottiene i seguenti risultati:

	Classe 1A	Classe 1B
media aritmetica	6,5	6,5
scarto quadratico medio (o deviazione standard)	1,1	2,3

La professoressa chiede a Martina, una sua alunna di 1B, di commentare i risultati ottenuti dagli alunni delle due classi. Martina afferma che i risultati indicano che gli alunni delle due classi hanno lo stesso livello medio di conoscenze, ma gli studenti della classe 1A hanno ottenuto complessivamente punteggi più vicini alla media.

Martina ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ Sì, perché
.....
.....

☐ No, perché
.....
.....

Prova Invalsi 2012

Dati e previsioni : le indicazioni Nazionali

Lo studente sarà in grado di **rappresentare e analizzare** in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un **insieme di dati**, scegliendo le rappresentazioni più idonee.

Saprà distinguere tra **caratteri qualitativi, quantitativi discreti e quantitativi continui**, operare con distribuzioni di frequenze e rappresentarle. Saranno studiate le definizioni e le proprietà dei **valori medi** e delle **misure di variabilità**, nonché **l'uso di strumenti di calcolo** (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.

Lo studio sarà svolto **il più possibile in collegamento con le altre discipline** anche in ambiti entro cui i dati siano raccolti direttamente dagli studenti.

Lo studente sarà in grado di ricavare semplici inferenze dai diagrammi statistici.

Egli apprenderà la **nozione di probabilità**, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.

Sarà approfondito in modo rigoroso il concetto di modello matematico, distinguendone la specificità concettuale e metodica rispetto all'approccio della fisica classica.

Uso delle tecnologie

- Calcolatrice: le funzioni statistiche



- Excel: statistica e probabilità

(funzioni media, moda, ..., dev.st.pop, var, se,...)



- Geogebra: Esempi di simulazioni



Proposta di approccio metodologico STATISTICA

FASE DI OSSERVAZIONE E ANALISI

A partire da tabelle o grafici desunti da documenti istituzionali o dai media, costruire i concetti di base della statistica descrittiva e impostare semplici argomentazioni di natura inferenziale.

- **Scheda 1** (Tabelle a confronto)
- **Scheda 2** (Analisi di un'indagine statistica al fine di comprenderne le fasi e le finalità e avviare la discussione/interpretazione a partire dalla lettura guidata dei risultati da parte degli studenti)

Proposta di approccio metodologico STATISTICA

FASE DI ANALISI E INTERPRETAZIONE DEI DATI

A partire da articoli di giornale analisi di grafici e tabella e interpretazione dei risultati



Tratti da "La Stampa" (8/8/13)

Proposta di approccio metodologico STATISTICA

FASE DI PROGETTAZIONE E COSTRUZIONE

A partire dalle tabelle e dalle istruzioni contenute nelle schede 1,2

- **Costruzione** di tabelle, **calcolo** di indici centrali e di variabilità
- **Individuazione** delle rappresentazioni grafiche idonee a visualizzare i dati raccolti
- **Costruzione** di un'indagine statistica, articolandone le varie fasi

Un'indagine «trampolino» per lo studente verso altre discipline

Indagine antropometrica di classe: misure del corpo

Costruiamo una scheda di lavoro con le seguenti richieste:

- Altezza a piedi nudi **(H)**
- Apertura delle braccia, a braccia orizzontali **(a)**
- Altezza del busto **(h)**
- Altezza dell'ombelico dal suolo **(n)**
- Altezza della testa (tra mento e cima testa) **(t)**
- Larghezza spalle (con braccia lungo il corpo) **(e)**
- Perimetro del torace **(p)**
- Distanza tra pollice e mignolo mano dx aperta (spanna) **(m)**
- Lunghezza piede **(d)**
- Peso **(k)**
- Frequenza cardiaca a riposo **(c)**

Un'indagine «trampolino» per lo studente verso altre discipline

Come è possibile iniziare la rielaborazione?

- calcolo medie complessive e per genere
- rappresentazioni grafiche di vari caratteri
- ricerca indici centrali e di variabilità nella popolazione
- determinazione di H/h , p/e , e/H
- ...

Quali idee per l'articolazione di un percorso?

- Come impostare l'analisi dei dati raccolti?
- Avresti aggiunto altri caratteri?
- Quali proposte di confronto e discussione con gli studenti sui concetti statistici di base e sugli esiti dell'indagine?
- Potresti individuare relazioni di dipendenza tra caratteri?
- Potresti impostare una correlazione tra caratteri? Quali?
- In quali contesti disciplinari possono essere interpretati i dati rielaborati?

Dalla statistica alla probabilità

Concetto-chiave: la frequenza

Approccio sperimentale/frequentistico:

- 1a) Testa o croce, analisi degli esiti per 10, 50, 100 prove
- 2a) Due dadi, analisi degli esiti delle somme delle facce per 10, 50, 100 lanci

Costruzione di tabelle e istogrammi delle frequenze

Dall'impostazione frequentistica ... a quella classica

Concetto chiave: probabilità classica

Definizione di probabilità classica e applicazione agli esperimenti precedenti

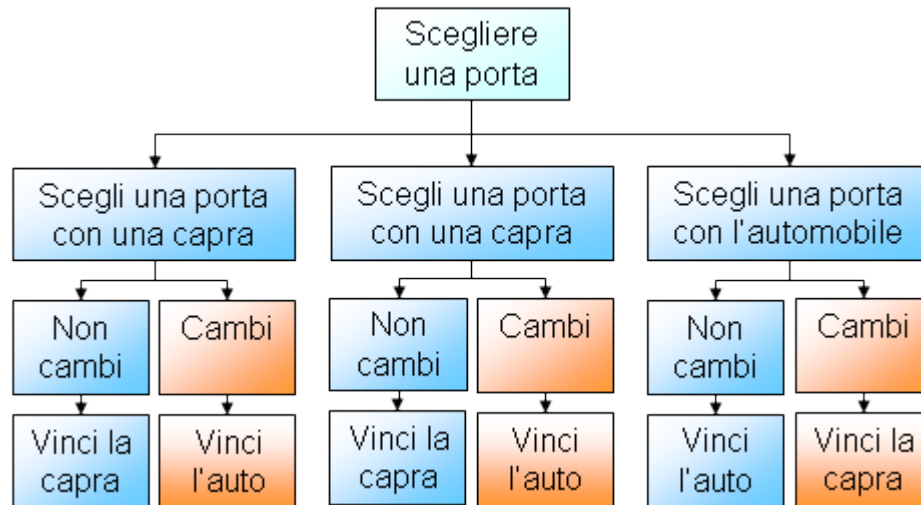
1b) Testa o croce

2b) Due dadi

Come rappresentare i dati? Tramite i grafi ad albero (1b) e con l'istogramma con i casi favorevoli (2b), da confrontare con l'istogramma delle frequenze del lancio di monete (1a) due dadi (2a)

Dalla probabilità ... ai giochi

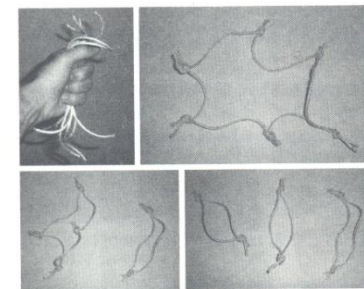
- Antichi matrimoni nella “Terra dei Machi”
- Paradosso di Monty Hall



Antichi matrimoni

Matrimoni nella “Terra dei Machi”

In un territorio chiamato “Terra dei Machi” (non per caso, e non situato in un’area geografica concreta, ma abbastanza esteso nel tempo e nello spazio: la terra del machismo), quando una ragazza voleva sposarsi doveva chiedere il permesso. Andava col ragazzo al quale si era promessa al palazzo del “capo” e questi poneva nella mano chiusa della ragazza sei pezzi di uguale lunghezza di cordoncino che spuntavano dai due lati della sua mano: il suo pretendente doveva unirli (facendo dei nodi) a due a due da ciascun lato della mano senza che la ragazza la aprisse, per non conoscere gli estremi di ciascun cordoncino; quando erano fatti i sei nodi la ragazza apriva la mano: se il cordoncino usciva formando un anello si potevano sposare, altrimenti dovevano rinviare il matrimonio.



Per potersi sposare nella “terra dei Machi”, la ragazza da marito trattiene i pezzi di corda così come si vede nell’immagine in alto a sinistra, mentre il suo pretendente deve annodare gli estremi. Se il risultato ha forma di anello (in alto a destra) il matrimonio si può celebrare. In caso contrario (fotografie inferiori) si deve rinviare.

Dalla probabilità e statistica ... alla teoria dei giochi

Laboratorio dinamiche socio-economiche **Giacomo Albi**

Laboratorio interno al progetto lauree scientifiche dell'università di Ferrara svolto presso alcuni istituti di istruzione secondaria superiore di Ferrara e provincia.

Tutto il materiale del laboratorio lo si trova sul sito:

<http://laboratoriopls.wordpress.com/2012/01/28/home/>.

- Cos'è la Teoria dei Giochi?
- Giochiamo di strategia.
- Anche il caso ha le sue leggi.
- Strategie miste.
- Paradossi e probabilità.
- Dall'ordine al caos.
- Econofisica.

Dalla probabilità e statistica ... alle altre discipline

VIDEO GALTON

VIDEO SIMULAZIONE

VIDEO PROPAGAZIONE DEL CALORE

...

Dalla probabilità e statistica a

Il gioco della zara

Canto sesto del Purgatorio

Le anime, alla stregua dei postulanti che fanno cerchio intorno a chi esce vittorioso dal gioco della zara, si affollano intorno a Virgilio e a Dante, invocando da quest'ultimo preghiere e suffragi perché venga abbreviata la loro permanenza nell'Antipurgatorio.

Quando si parte il giuoco della zara,[Pur, VI, 1-12]

Colui che perde si riman dolente,

Repetendo le volte, e tristo impara;

Con l'altro se ne va tutta la gente;

Qual va dinnanzi, e qual di dietro il prende,

E qual da lato li si reca a mente.

Ei non s'arresta, e questo e quello intende;

A cui porge la man, più non fa pressa;

E così dalla calca si difende.

Tal era io in quella turba spessa,

Volgendo a loro, e qua e là, la faccia,

E promettendo mi sciogliea da essa. In questi versi alcuni commentatori hanno voluto riconoscere un approccio, ancorché ingenuo, all'analisi probabilistica. Il gioco della zara è un gioco di DADI [in arabo dado è zahar, da cui il nome del gioco in questione, il termine "azzardo" e verosimilmente anche il termine "zero"].

Dalla probabilità e statistica ... alle altre discipline

L'analisi del gioco venne correttamente effettuata, in termini non ancora probabilistici, da **Galileo** che, nel trattato “ Sopra le scoperte dei dadi (2) ”risolve finalmente la questione in seguito alla richiesta a lui posta dal Granduca di Toscana, dalla quale si può intuire come il modo di pensare matematico del tempo ai numeri di puntata fosse ancora limitato all'aspetto della modalità, intesa come terna costituita dai numeri dalla cui somma è possibile ottenere un numero dato. La richiesta era stata formulata più o meno così:

“Come mai il 10 e l'11 escono più frequentemente del 9 e del 12 pur essendo lo stesso il numero delle combinazioni per ottenerli?

(combinazioni, in questo contesto = gruppo di tre numeri che devono dare come somma un numero dato)”

Nella risposta Galileo esordisce dicendo:

“ Che alcuni punti nel gioco dei dadi sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la quale è il poter quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi, il che dipende dal potersi formare con più sorte di numeri, onde il 3 e il 18, come punti che in un sol modo si possono con tre punti comporre.”

Alcuni riferimenti bibliografici/sitografici

Testi scolastici

- Lombardo, Zuliani, *Statistica per esempi*, La Nuova Italia, Firenze (1988)
- Bergamini, Trifone, Barozzi, *La probabilità e la statistica*, Zanichelli, Bologna (2011)
- Cremaschi, *Matematica per problemi*, vol.2, Zanichelli, Bologna (2001)
- <http://local.disia.unifi.it/gmm/scuola/>
- <http://www.sis-statistica.it/>
- <http://www.istat.it/it/informazioni/per-gli-studenti/binariodieci>
- http://www.istat.it/it/files/2011/05/05_biglietti.swf (grafici dinamici cartesiani)
- <http://www.matefitness.it/index.php/percorsi/visualizza/combinazioni-e-probabilita--livello-3-51>

Sai che d'è la statistica? È na' cosa che serve pe fà un conto in generale de la gente che nasce, che sta male, che more, che va in carcere e che spósa.

Ma pè me la statistica curiosa è dove c'entra la percentuale, pè via che, lì, la media è sempre eguale puro co' la persona bisognosa.

Me spiego: da li conti che se fanno seconno le statistiche d'adesso risurta che te tocca un pollo all'anno: e, se nun entra nelle spese tue, t'entra ne la statistica lo stesso perch'è c'è un antro che ne magna due.

Trilussa, La Statistica

**Grazie per
l'attenzione!**

